Departamento de Matemática da Universidade de Coimbra

2^a Frequência de Análise Matemática II (Ponto B)

Mestrado Integrado em Engenharia Electrotécnica e de Computadores

1 de Junho de 2011 Duração: 1h 30m

Sem consulta. Cada resposta deverá ter uma (breve) justificação.
Não é permitido o uso de calculadora.

---

1. Descreva, em coordenadas cartesianas, o sólido cujo volume é calculado pelo integral

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}}\int_0^{\frac{\pi}{4}}\int_0^{2} \rho^2 \sin\phi \;\, d\rho\, d\phi\, d\theta.$$

Faça um esboço do sólido.

2. Mostre que o volume do sólido E que está dentro do cilindro $x^2+y^2=1$, acima do plano xoy e abaixo do cone $z^2=4x^2+4y^2$ é $V=\frac{4}{3}\pi$.

3. Considere o campo vectorial definido por $\vec{F}(x,y) = -\cos y\,\hat{\imath} + x \text{ sen } y\,\hat{\jmath}$.

   (a) Mostre que $\vec{F}$ é conservativo.

   (b) Determine $\displaystyle\int_C \vec{F}\cdot d\vec{r}$, onde C é o arco de circunferência $x^2+y^2=4$, orientado no sentido positivo, de $(2,0)$ a $(0,2)$.

4. Usando o Teorema de Green, calcule o integral $\displaystyle\int_C xy^2\,dx + 4xy\,dy$, onde C é o triângulo de vértices $(0,0)$, $(0,1)$ e $(1,1)$, orientado no sentido anti-horário.

5. (a) Seja S a parte do parabolóide $z=1-x^2-y^2$, acima do plano $z=0$ e com orientação para cima. Calcule $\displaystyle\iint_S (1+2y)\,\hat{k}\cdot d\overrightarrow{S}$.

   (b) Usando o Teorema de Stokes, calcule $\displaystyle\int_C \overrightarrow{F}\cdot d\overrightarrow{r}$, onde $\overrightarrow{F}(x,y,z) = -y^2\hat{\imath} + x\hat{\jmath} + z^2\hat{k}$ e a curva C é a circunferência de equação $x^2+y^2=1$, no plano $z=0$, orientada no sentido directo.

   (c) Seja T a parte da superfície esférica $x^2+y^2+z^2=1$ situada acima do plano $z=0$, com orientação para baixo. Indique o valor de $\displaystyle\iint_T (1+2y)\hat{k}\cdot d\overrightarrow{S}$, sem calcular o integral.