

# Controlo de Sistemas e Processos

## Sinais e Sistemas

### Frequência

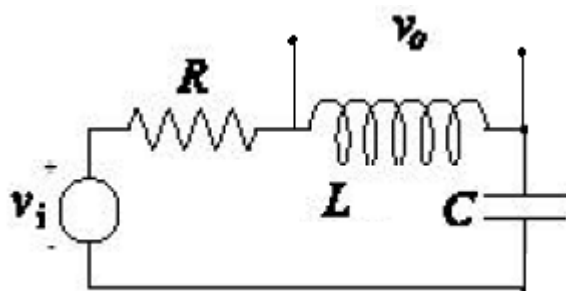
8 de Janeiro de 2014

Sem consulta

Duração: 2 horas

Incluir todas as respostas na Folha de Exame

**Exercício 1** - Considere o sistema elétrico representado de seguida.



1. Escreva a função de transferência,  $V_{out}(s)/V_{in}(s)$ , para o circuito mostrado acima.
2. Sendo dado  $C = 1 \times 10^{-3}$  F, determine os valores de R e L para que  $\xi = 0,707$  e a frequência natural do sistema seja de 13 kHz.
3. Considere os valores anteriores e faça um esboço da resposta do sistema a uma entrada de 4 volts. Comente o resultado.

**Exercício 2:** O SLIT de tempo contínuo, estável, que obedece à equação diferencial

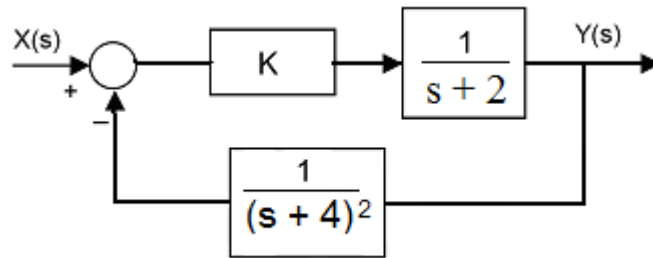
$$\frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 2 \frac{dy(t)}{dt} - 3y(t) = 2 \frac{dx(t)}{dt} - 4x(t)$$

tem à entrada o sinal

$$x(t) = e^{2t}u(t)$$

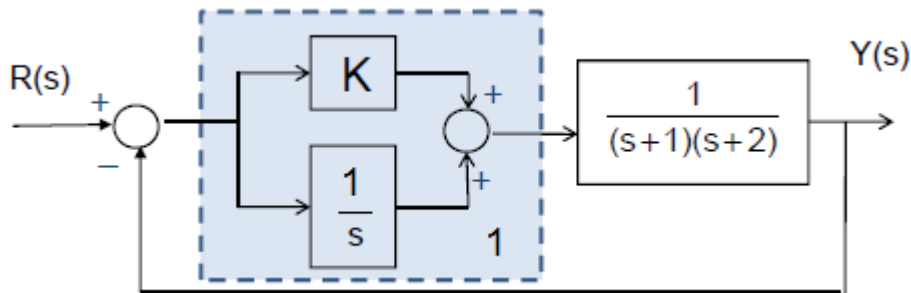
- a) Determine a função de transferência do SLIT.
- b) Determine a expressão do sinal de saída  $y(t)$ .
- c) Seja  $s(t)$  a resposta do sistema ao degrau unitário. Sem calcular explicitamente  $s(t)$  nem a sua derivada, determine o valor de  $s'(0+)$ .

**Exercício 3** - Considere o sistema representado na seguinte figura, com função de transferência  $G(s)=Y(s)/X(s)$ .



Utilize a técnica de root-locus para desenhar o lugar geométrico dos polos do sistema em malha fechada como função de  $k$  (considerado positivo). Conclua sobre a estabilidade do sistema. Assinale no root-locus as raízes do sistema em malha fechada que potenciam o comportamento menos estável. Justifique.

**Exercício 4** – Considere o sistema que se segue:



- a) Recorrendo ao critério de Routh-Hurwitz determine o valor de  $k$  para o qual o sistema é considerado estável. Comente o resultado.
- b) Que efeito tem o bloco assinalado a tracejado sobre o erro gerado pela realimentação? Caso seja pertinente recorra à transformada inversa de Laplace.

**Tabela de Pares da Transformada de Laplace**

$F(s)$	$F(t), t \geq 0$
1	$\delta(t_0)$ , impulso unitário em $t_0$
$1/s$	1, degrau unitário
$\frac{n!}{s^{n+1}}$	$t^n$
$\frac{1}{(s+a)}$	$e^{-a.t}$
$\frac{1}{(s+a)^n}$	$\frac{1}{(n-1)!} \cdot t^{n-1} \cdot e^{-a.t}$
$\frac{a}{s(s+a)}$	$1 - e^{-a.t}$
$\frac{1}{(s+a)(s+b)}$	$\frac{1}{(b-a)} \cdot (e^{-a.t} - e^{-b.t})$
$\frac{s+\alpha}{(s+a)(s+b)}$	$\frac{1}{(b-a)} \cdot [(\alpha-a)e^{-a.t} - (\alpha-b)e^{-b.t}]$
$\frac{ab}{s(s+a)(s+b)}$	$1 - \frac{b}{(b-a)} \cdot e^{-a.t} + \frac{a}{(b-a)} \cdot e^{-b.t}$
$\frac{\omega}{s^2 + \omega^2}$	$\text{sen}(\omega.t)$
$\frac{s}{s^2 + \omega^2}$	$\text{cos}(\omega.t)$
$\frac{\omega}{(s+a)^2 + \omega^2}$	$e^{-a.t} \cdot \text{sen}(\omega.t)$
$\frac{(s+a)}{(s+a)^2 + \omega^2}$	$e^{-a.t} \cdot \text{cos}(\omega.t)$
$\frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$	$\frac{\omega_n}{\sqrt{1-\zeta^2}} \cdot e^{-\zeta\omega_n t} \cdot \text{sen}(\omega_n \sqrt{1-\zeta^2} \cdot t)$
$\frac{\omega_n^2}{s(s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2)}$	$1 - \frac{1}{\sqrt{1-\zeta^2}} \cdot e^{-\zeta\omega_n t} \cdot \text{sen}[\omega_n \sqrt{1-\zeta^2} \cdot t + \cos^{-1}(\Phi)]$
	$\Phi = \cos^{-1} \zeta$

**Outras Propriedades – Sistemas de 2ª Ordem**

$S\% = 100 \cdot e^{-\frac{\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}}$	$t_p = \frac{\pi}{\omega_d} = \frac{T_d}{2}$	$T_d = \frac{2\pi}{\omega_d}$
2% $t_s = \frac{4}{\zeta\omega_n}$	5% $t_s = \frac{3}{\zeta\omega_n}$	1% $t_s = \frac{4.6}{\zeta\omega_n}$