É possível definir uma divisão de matrizes([1]) mas esta revela-se essencialmente desnecessária e potencialmente confusa. Por esse facto não se considera, em geral, a divisão matricial.

Saliente-se, a esse propósito, que a álgebra matricial não é a mesma que a álgebra no corpo dos números reais pela simples razão de que as operações matriciais não gozam exatamente das mesmas propriedades que as operações homólogas em $\mathbb{R}$. Assim, por exemplo, é parcialmente incorreto manipular equações matriciais da mesma forma que se manipulam equações algébricas reais.

Um simples exemplo ilustrará um erro comum:

Considere a seguinte equação em $\mathbb{R}$:

$$(x+b)\cdot a = a\cdot b$$

sendo a e b números reais, com $a \neq 0$ e x uma incógnita real.

Sendo $(\mathbb{R}, +, \cdot)$ uma estrutura algébrica de corpo([2]) justificam-se os passos seguintes para a resolução da equação anterior:

	$(x+b)\cdot a = a\cdot b$	$\Leftrightarrow$
1º PASSO	$x+b=\frac{a\cdot b}{a}$	$\Leftrightarrow$
2º PASSO	$x+b=b$	$\Leftrightarrow$
3º PASSO	$x=b-b$	$\Leftrightarrow$
4º PASSO	$x=0$	

Considere agora a mesma equação definida no conjunto das matrizes quadradas de ordem 2. Tome, como exemplo prático:

$$\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}1 & 2\\ -1 & 0\end{bmatrix}, \boldsymbol{B}=\begin{bmatrix}-1 & 1\\ 2 & 1\end{bmatrix}$$

Seguindo os mesmos passos da resolução anterior chegaríamos à solução $\boldsymbol{X}=\begin{bmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{bmatrix}$ que, conforme podemos verificar substituindo na equação original, está errada!

O erro resulta do produto de matrizes não ser, em geral, comutativo, não permitindo efetuar a simplificação realizada no segundo passo.

Concluindo, é errado o processo anterior de resolução para matrizes. A resolução correta, assente nas operações matriciais definidas e suas propriedades, é:

$$(\boldsymbol{X}+\boldsymbol{B})\cdot\boldsymbol{A}=\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{B} \Leftrightarrow$$

$$(\boldsymbol{X}+\boldsymbol{B})\cdot\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{A}^{-1}=\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{B}\cdot\boldsymbol{A}^{-1} \Leftrightarrow \text{([3])}$$

$$(\boldsymbol{X}+\boldsymbol{B})\cdot\boldsymbol{I}=\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{B}\cdot\boldsymbol{A}^{-1} \Leftrightarrow$$

$$\boldsymbol{X}+\boldsymbol{B}=\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{B}\cdot\boldsymbol{A}^{-1} \Leftrightarrow$$

$$\boldsymbol{X}=\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{B}\cdot\boldsymbol{A}^{-1}-\boldsymbol{B} \Leftrightarrow$$

$$\boldsymbol{X}=\begin{bmatrix}1 & 2\\ -1 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-1 & 1\\ 2 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0 & -1\\ 1/2 & 1/2\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}-1 & 1\\ 2 & 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}5/2 & -5/2\\ -5/2 & -5/2\end{bmatrix}$$

---

[1] Define-se, com rigor, uma divisão "à esquerda" e uma divisão "à direita".

[2] Entre as mais conhecidas *estruturas algébricas* contam-se os *grupos*, os *corpos* e os *espaços vectoriais*.

[3] Está implícito neste passo a existência da matriz inversa de A, A^{-1}, cujo cálculo se omitiu (a não existir a equação dada será impossível).