

1. Considere a função real de duas variáveis reais definida por $f(x, y) = \frac{x+y^2}{xy}$

1.1 Determine a direcção a partir do ponto (1,2) na qual a função f cresce mais rapidamente e o valor da taxa de crescimento correspondente.

1.2 Determine uma equação do plano tangente ao gráfico da função no ponto $(1, 2, \frac{5}{2})$

1.3 Verifique se a função é harmónica no ponto (-1,1), isto é, se verifica a seguinte

$$\text{condição: } \frac{d^2 f}{dx^2}(x, y) + \frac{d^2 f}{dy^2}(x, y) = 0, \forall (x, y) \in D$$

2. Dado o campo vectorial $F(x, y) = (\sqrt{4 - x^2 - y^2}, \ln(xy))$, determine:

2.1 Analiticamente o domínio de F

2.2 A matriz jacobiana de $F(x, y)$

2.3 A divergência de $F(1,1)$

2.4 Mostre que a divergência do rotacional de $F, \nabla \cdot (\nabla \times F) = 0$

3. Calcule um valor aproximado para a variação de $f(x, y) = \ln(x^2 + y^3)$ quando (x, y) passa de (1,2) para (1.04, 1.98)

4. Calcule os extremos da função $f(x, y) = 2x^2 + 3y^2 - 4x - 12y + 13$

5. Considere o seguinte integral duplo

$$I = \int_0^6 \int_{\frac{y}{2}}^3 (x + y) dx dy$$

5.1 Esboce a região de integração

5.2 Calcule o integral

FIM

Bom trabalho!