PRESSÃO

A pressão é uma grandeza escalar igual à razão entre a intensidade da força que atua **perpendicularmente** a uma superfície e a respectiva área. Num fluido, e na ausência de tensões de corte, a pressão é igual à tensão normal de compressão e não depende da orientação do plano sobre o qual a força atua sendo, por isso, uma **grandeza escalar** associada a cada ponto do mesmo (**Lei de Pascal**).

$p \equiv \frac{F_n}{A}$	$p = -\sigma_{xx} = -\sigma_{yy} = -\sigma_{zz}$

PRESSÃO ABSOLUTA

Valor da pressão considerada em relação ao **vazio absoluto**, cuja pressão é, por definição, zero. A pressão absoluta é, por isso, sempre positiva.

PRESSÃO MANOMÉTRICA

Valor da pressão considerada em relação à pressão atmosférica. Dado que muitas medidas de pressão são obtidas por instrumentos do tipo diferencial, os valores medidos são a diferença entre os valores absolutos e o valor da pressão atmosférica local. Logo, a pressão manométrica pode tomar valores positivos, quando a pressão absoluta for superior à atmosférica, ou valores negativos, quando a pressão absoluta for inferior à atmosférica.

$$p_{\text{MANOMÉTRICA}} = p_{\text{ABSOLUTA}} - p_{\text{ATMOSFÉRICA}}$$

EQUAÇÃO DE NAVIER-STOKES SIMPLIFICADA

2ª lei de Newton aplicada a um elemento de fluido incompressível e com viscosidade constante:

$$\boldsymbol{f}_{\text{press}} + \boldsymbol{f}_{\text{grav}} + \boldsymbol{f}_{\text{visc}} = -\nabla p + \rho \mathbf{g} + \mu \nabla^2 \mathbf{V} = \rho \mathbf{a}$$

$$\nabla p = \rho(\mathbf{g} - \boldsymbol{a}) + \mu \nabla^2 \mathbf{V}$$

A condição anterior pode ser analisada em 4 situações:

1. Fluido em **repouso** ou em **movimento rectilíneo e uniforme** ($\mathbf{a} = \mathbf{0}, \mathbf{V} = \mathbf{const.}$). Esta é a **condição hidrostática** traduzida pela equação: $\nabla p = \rho \mathbf{g}$

2. **Translação e rotação em bloco**. O movimento de corpo rígido (em bloco) implica que não haja movimento relativo entre elementos de fluido e, como consequência, não existem tensões tangenciais, o que se traduz na condição: $\nabla p = \rho(\mathbf{g} - \mathbf{a})$

3. **Escoamento irrotacional incompressível**. Este é um tipo de escoamento muito específico mas academicamente importante porque modeliza escoamentos de ocorrência frequente que se traduzem na famosa equação de Bernoulli.

4. **Escoamento viscoso em geral**. Nenhuma simplificação é feita e todos os termos importam.

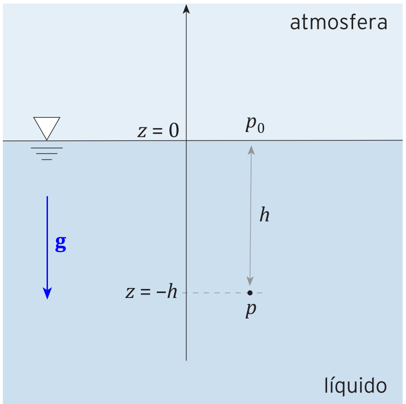
HIDROSTÁTICA

DENSIDADE RELATIVA

LÍQUIDOS	GASES
$d = \dfrac{\rho_{\text{líquido}}}{\rho_{\text{água@4°C}}} = \dfrac{\rho_{\text{líquido}}}{1000\ \text{kg/m}^3}$	$d = \dfrac{\rho_{\text{gás}}}{\rho_{\text{ar@20°C}}} = \dfrac{\rho_{\text{gás}}}{1{,}205\ \text{kg/m}^3}$
$\rho_{\text{líquido}} = d \times 1000\ \text{kg/m}^3$	$\rho_{\text{gás}} = d \times 1{,}205\ \text{kg/m}^3$

LEI DE STEVIN (LEI DA HIDROSTÁTICA PARA FLUIDOS INCOMPRESSÍVEIS)

A pressão no interior de um fluido incompressível em repouso aumenta linearmente com a profundidade e é constante em planos horizontais (superfícies isobáricas). Isto é, dois pontos situados ao mesmo nível, ligados pelo mesmo fluido, têm a mesma pressão.



LEI FUNDAMENTAL DA HIDROSTÁTICA*

$$p = p_0 - \gamma z$$

$$p = p_0 + \gamma h$$

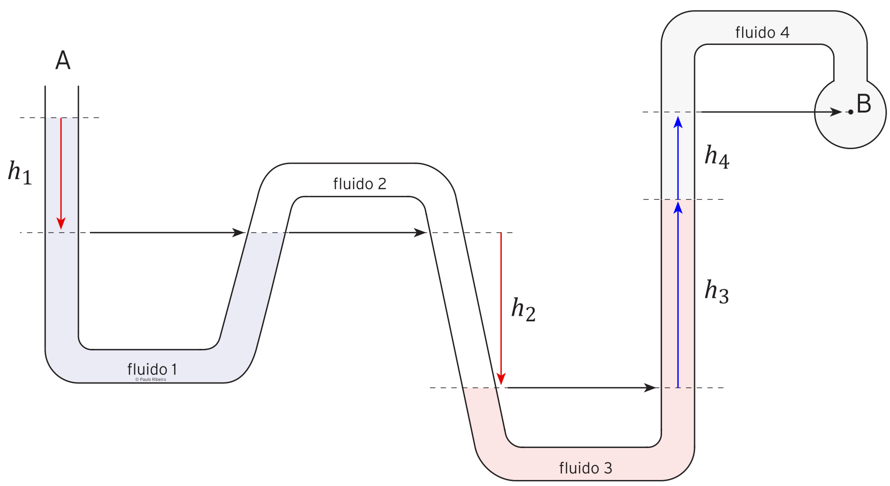
$\gamma = \rho g$	**Peso específico.** Peso por unidade de volume.	N/m^3
z	**Cota.**	m
$h = -z$	**Profundidade.**	m

MANOMETRIA

A diferença de pressão entre dois pontos pode ser expressa pela distância entre eles designando-se, nesse caso, por **altura de carga** ou **altura de pressão**.

$$p = p_0 + \gamma h \Leftrightarrow h = \frac{p - p_0}{\gamma}$$

De particular importância são os dispositivos que usam colunas de líquido em tubos verticais ou inclinados para medir a pressão, denominados manómetros de líquido. O cálculo da pressão faz-se aplicando sucessivamente a lei de Stevin ao longo do tubo, lembrando que a pressão aumenta quando se desce e diminui quando se sobe.



$$p_A + \gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 - \gamma_3 h_3 - \gamma_4 h_4 = p_B$$

* Válida para lagos e oceanos, sendo γ o valor médio entre dois pontos considerados, e para a atmosfera até altitudes de 1000 m com erro inferior a 2%.

MODELO DA TROPOSFERA ($0 \le z \lesssim 11000$ m)

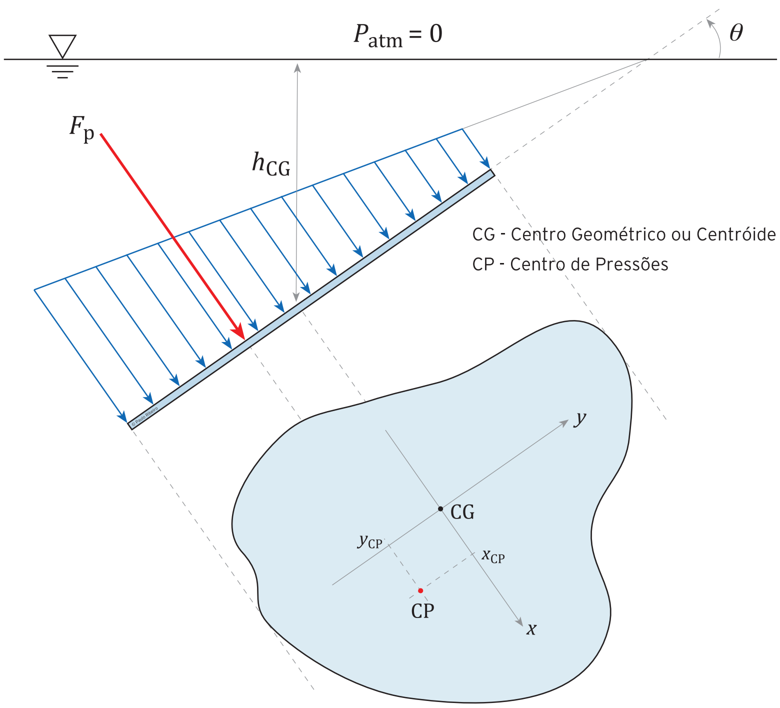
$$p(z) = p_0\left(1 - \frac{Bz}{T_0}\right)^{\frac{g}{RB}}$$	$T(z) \approx T_0 - Bz$ $T_0 = (15\,°\mathrm{C}) = 288{,}15\ \mathrm{K}$ $B = 6{,}5\,°\mathrm{C/km} = 0{,}0065\ \mathrm{K/m}$ $p_0 = 1\ \mathrm{atm} = 1{,}01325\ \mathrm{bar} = 101{,}325\ \mathrm{kPa}$ $R = 287\ \mathrm{J/kg \cdot K}$

MODELO DA ATMOSFERA ISOTÉRMICA (inicio da estratosfera, $11000\ \mathrm{m} \lesssim z \lesssim 20000\ \mathrm{m}$)

$$p(z) = p_0 e^{-\frac{g}{RT_0}(z - z_0)}$$	$T_0 = (-56{,}5\,°\mathrm{C}) = 216{,}65\ \mathrm{K}$ $z_0 = 11000\ \mathrm{m}$ $p_0 = 22632\ \mathrm{Pa}$ $R = 287\ \mathrm{J/kg \cdot K}$

FORÇAS HIDROSTÁTICAS EM SUPERFÍCIES PLANAS INCLINADAS SUBMERSAS

A força de pressão hidrostática exercida numa superfície plana depende da localização do seu **centróide** e, como já se sabe, é **perpendicular** à mesma. Dado que a pressão aumenta com a profundidade a distribuição de forças é trapezoidal (ver figura), o que resulta numa força de pressão total localizada num ponto abaixo do centro geométrico da **superfície banhada** e que se designa por **centro de pressões**.
Na maioria das situações práticas a pressão atmosférica atua nos dois lados da placa (ou em toda a superfície externa do corpo) pelo que a força de pressão total pode ser calculada apenas com base na pressão manométrica.



FÓRMULAS MANOMÉTRICAS

$$F_P = p_{CG} \cdot A = \gamma h_{CG} A$$

$$x_{CP} = -\frac{I_{xy} \sin\theta}{h_{CG} A}$$

$$y_{CP} = -\frac{I_{xx} \sin\theta}{h_{CG} A}$$

FÓRMULAS ABSOLUTAS

$$F_P = p_{CG} \cdot A = (p_0 + \gamma h_{CG}) A$$

$$x_{CP} = -\frac{\gamma I_{xy} \sin\theta}{P_{CG} A}$$

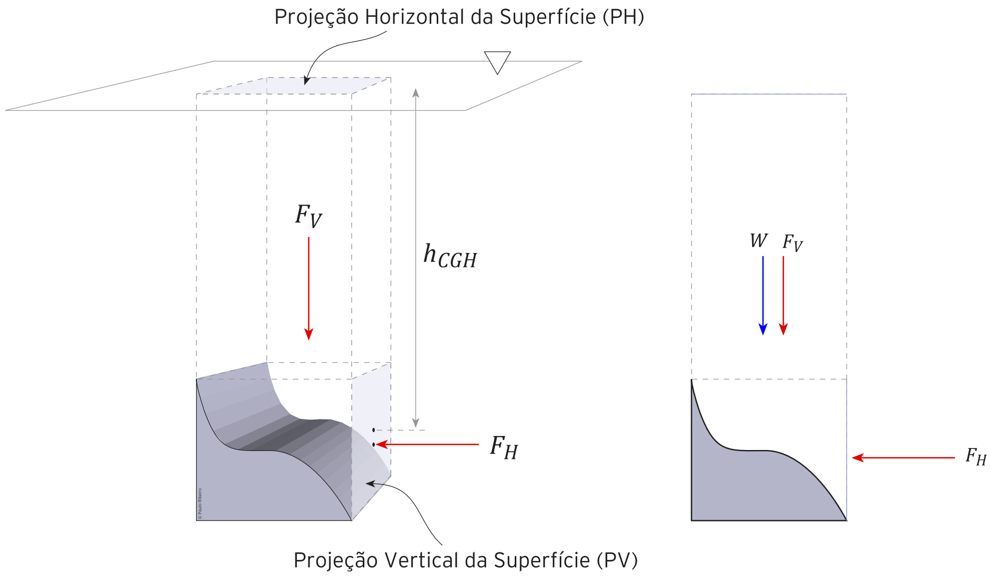
$$y_{CP} = -\frac{\gamma I_{xx} \sin\theta}{P_{CG} A}$$

- Se o eixo das ordenadas (ver a figura) for um eixo de simetria da superfície então o CP está nesse eixo, o que também significa que $x_{CP} = 0$.
- No caso particular da superfície se encontrar na horizontal, isto é, $\theta = 0°$, conclui-se que o centro geométrico e o centro de pressões coincidem, CP = CG.

FORÇAS HIDROSTÁTICAS EM SUPERFÍCIES CURVAS SUBMERSAS

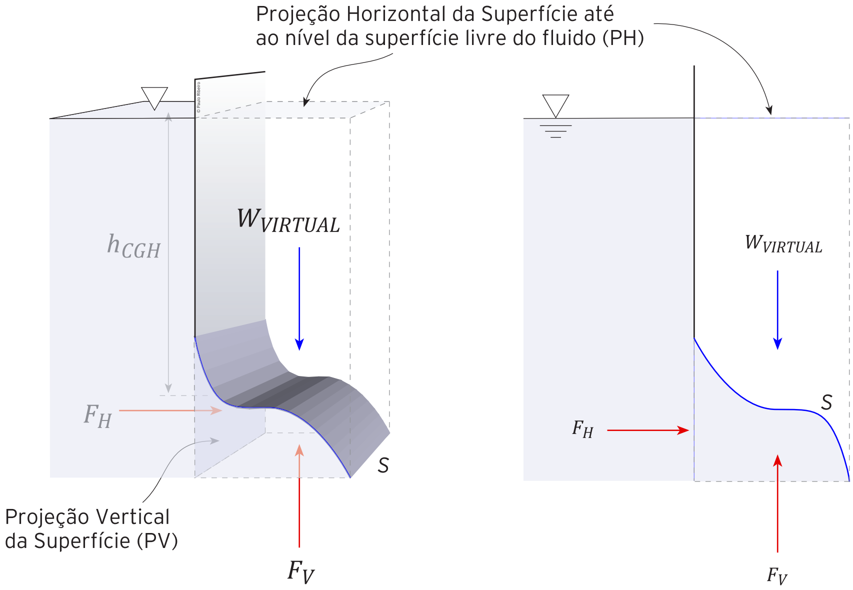
Para se determinar a força hidrostática numa superfície curva é apropriado separar o cálculo nas componentes horizontal e vertical. Para o efeito consideram-se as **projeções vertical (PV) e horizontal (PH)** da respectiva superfície curva **(S)**.

A componente horizontal é igual à força que se exerceria em PV e a componente vertical é igual ao peso do fluido compreendido entre S e PH.



COMPONENTES HORIZONTAL E VERTICAL		FORÇA TOTAL
$F_H = \gamma h_{\text{CGH}} A_{\text{PV}}$	$\downarrow F_V = W = \rho g \mathcal{V}_{[\text{S}-\text{PH}]}$	$F = \sqrt{{F_H}^2 + {F_V}^2}$

Quando o fluido se encontra por baixo da superfície a componente horizontal calcula-se da mesma forma, igual à força que se exerceria na projeção vertical, PV, de S, mas a componente vertical, agora **atuando para cima**, será igual ao peso do fluido fictício (ou virtual) que preencheria a região compreendida entre a superfície curva, S, e a sua projeção horizontal, PH, ao nível da superfície livre.



COMPONENTES HORIZONTAL E VERTICAL		FORÇA TOTAL
$F_H = \gamma h_{\text{CGH}} A_{\text{PV}}$	$\uparrow F_V = W_{\text{VIRTUAL}} = \rho g \mathcal{V}_{\text{VIRTUAL}}$	$F = \sqrt{{F_H}^2 + {F_V}^2}$

IMPULSÃO

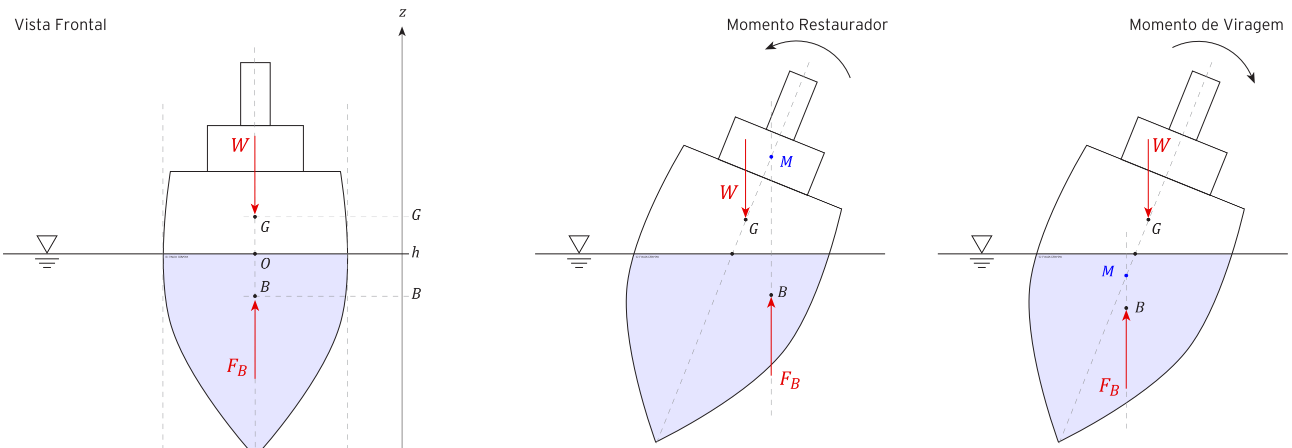
Porque a pressão aumenta com a profundidade, um corpo mergulhado num fluido sofrerá uma força hidrostática superior na sua superfície inferior sendo o resultado global uma **força dirigida para cima** designada por impulsão.

LEIS DE ARQUIMEDES (287 a.C. – 212 a.C.)

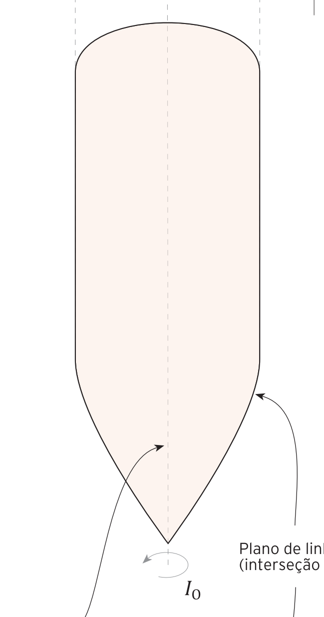
- Um corpo submerso (imerso ou mergulhado) num fluido sofre uma força de impulsão igual ao peso do volume de fluido deslocado.
- Um corpo flutuante desloca um volume de fluido de peso igual ao seu próprio peso.

$$\uparrow F_B = \rho_{\text{fluido}} \mathcal{V}_{\text{sub}}\, g$$

FLUTUABILIDADE E ESTABILIDADE



G - Centro de Gravidade ou Baricentro
B - Centro de Impulsão (Centro Geométrico do Volume Submerso)
M - Metacentro

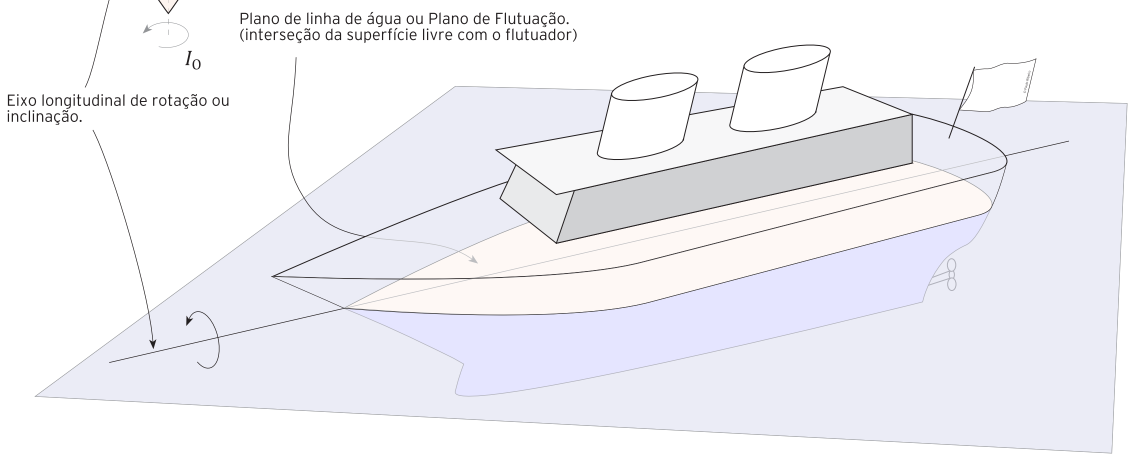


DISTÂNCIA METACÊNTRICA

$$\overline{MG} = \frac{I_0}{\mathcal{V}_{\text{sub}}} - \overline{GB}$$

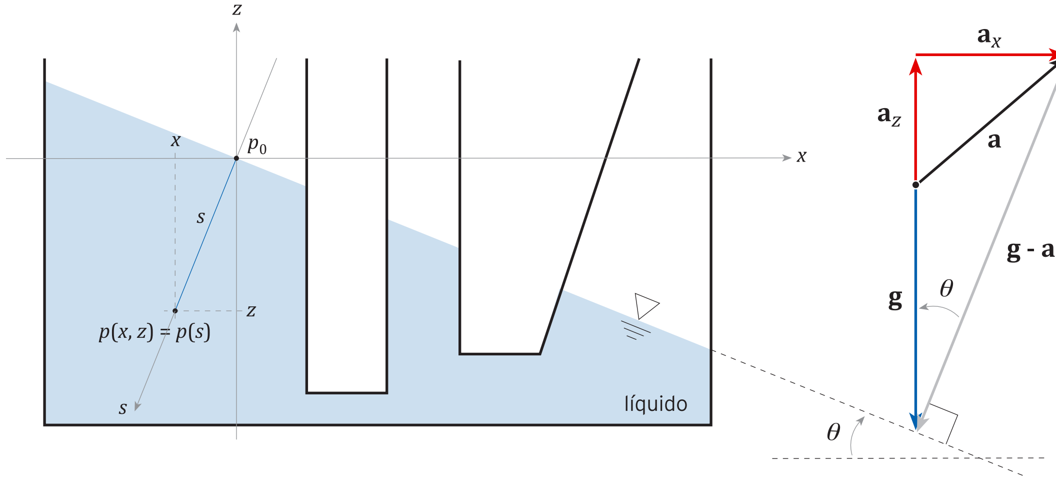
$\overline{MG} > 0$	Flutuação Estável
$\overline{MG} = 0$	Flutuação indiferente ou Neutra
$\overline{MG} < 0$	Flutuação Instável

I_0 – momento de inércia da área do plano de flutuação, em relação ao eixo longitudinal de rotação.



TRANSLAÇÃO EM BLOCO

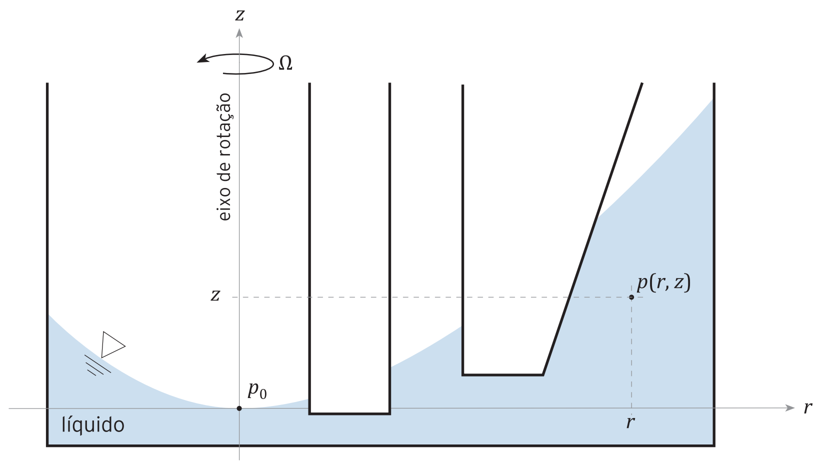
Se um fluido, confinado a um recipiente, é sujeito a uma aceleração constante $\mathbf{a}$, acabará, ao fim de um tempo suficiente, por se mover como um corpo rígido. Da 2ª Lei de Newton resulta $\nabla p = \rho(\mathbf{g} - \mathbf{a})$. Logo, a direção definida por $\mathbf{g} - \mathbf{a}$ será a direção da máxima variação da pressão, s, sendo as superfícies isobáricas perpendiculares a s, donde a superfície livre ficará inclinada em relação à horizontal de um ângulo θ.

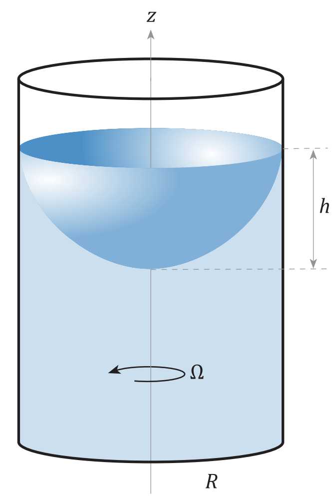


INCLINAÇÃO	VARIAÇÃO DA PRESSÃO NO INTERIOR DO FLUIDO	
$\tan\theta = \dfrac{a_x}{g + a_z}$	$p(x,z) = p_0 - \rho(g + a_z)z - \rho a_x x$	$p(s) = p_0 + \rho\sqrt{{a_x}^2 + (g + a_z)^2} \cdot s$
	NO SISTEMA CARTESIANO DA FIGURA†	NA DIREÇÃO DO GRADIENTE (EIXO s)

ROTAÇÃO EM BLOCO

Se um fluido é sujeito a uma rotação com velocidade angular constante, Ω, acabará por rodar como um corpo rígido. As superfícies de pressão constante (isobáricas), incluindo a superfície livre, tomam a forma de paraboloides de revolução.





VARIAÇÃO DA PRESSÃO NO INTERIOR DO FLUIDO‡	ROTAÇÃO DE UM CILINDRO EM TORNO DO EIXO PRINCIPAL
$p(r,z) = p_0 - \rho g z + \dfrac{1}{2}\rho\Omega^2 r^2$	$h = \dfrac{\Omega^2 R^2}{2g}$

† O referencial cartesiano escolhido é um referencial não inercial que acompanha o movimento do fluido. A fórmula foi deduzida para um referencial com **a origem sobre qualquer ponto da superfície livre**.

‡ A fórmula foi deduzida para um sistema de coordenadas cilíndrico, solidariamente ligado ao movimento, com o **eixo das cotas coincidente com o eixo de rotação** e a **origem no vértice do paraboloide da superfície livre**.