TUBOS DE SECÇÃO CIRCULAR

• RELAÇÃO INÉRCIA / VISCOSIDADE

ESCOAMENTO LAMINAR

Neste tipo de escoamento o fluido organiza-se por camadas adjacentes que deslizam entre si com velocidades muito próximas sem que ocorra mistura de fluido entre as mesmas, as trajetórias individuais de elementos de fluido (na hipótese de meio contínuo) não se cruzam. As forças viscosas sobrepõem-se às forças de inércia.

ESCOAMENTO TURBULENTO

As camadas de fluido adjacente movem-se com velocidades claramente diferentes havendo cruzamento caótico de trajetórias individuais de elementos de fluido (mistura entre camadas) originando estruturas organizadas conhecidas por redemoinhos, vórtices ou turbilhões. As forças de inércia sobrepõem-se às forças viscosas.

NÚMERO DE REYNOLDS

Número adimensional que compara as forças de inércia com as forças viscosas:

	em função da velocidade média	em função da vazão
$Re \propto \dfrac{F_{inércia}}{F_{viscosas}}$	$Re = \dfrac{VD}{\nu} = \dfrac{\rho VD}{\mu}$	$Re = \dfrac{4Q}{\pi D\nu} = \dfrac{4\rho Q}{\pi D\mu}$

$Re \lesssim 2300$	Regime de escoamento laminar
$2300 \lesssim Re \lesssim 4000$	Regime de transição Não é possível calcular as perdas de carga com precisão
$Re \gtrsim 4000$	Regime de escoamento turbulento

• ALTURAS DE CARGA*

$\dfrac{p}{\gamma}$	**Altura de pressão estática** Energia de pressão por unidade de peso do fluido
$\dfrac{V^2}{2g}$	**Altura dinâmica ou cinética** Energia cinética por unidade de peso do fluido
z	**Altura de elevação geométrica ou cota** Energia potencial gravítica por unidade de peso do fluido
$\dfrac{p}{\gamma} + z$	**Altura piezométrica ou altura motriz** Altura atingida num tubo piezométrico ou piezómetro - **Linha Hidráulica (LH)**
$H = \dfrac{p}{\gamma} + \dfrac{V^2}{2g} + z$	**Altura de carga total** - Energia total por unidade de peso do fluido Altura atingida num tubo de Pitot - **Linha da Energia (LE)**

* Também designadas simplesmente por alturas ou cargas.

• EQUAÇÃO DE BERNOULLI GENERALIZADA PARA UM TUBO DE CORRENTE

CONDIÇÕES DE VALIDADE:

- Escoamento estacionário ou permanente;
- Escoamento entre duas secções de um tubo de corrente;
- Fluido incompressível.

$$\underbrace{\frac{p_1}{\gamma}+\alpha_1\frac{V_1^2}{2g}+z_1}_{H_1,\ \text{carga total a MONTANTE}} = \underbrace{\frac{p_2}{\gamma}+\alpha_2\frac{V_2^2}{2g}+z_1}_{H_2,\ \text{carga total a JUSANTE}} + h_p + h_T - h_B$$

Coeficiente de energia cinética

$\alpha = 2 \Longleftarrow$ Regime Laminar

$\alpha \approx 1 \Longleftarrow$ Regime Turbulento

Coeficiente necessário para perfis de velocidade não uniformes, como são todos os escoamentos em tubos. Não deve ser esquecido em regime laminar.

h_p	**Altura de Perdas ou Perda de Carga** Energia perdida por efeito de atrito viscoso/turbulento por unidade de peso do fluido
h_T	**Altura da Turbina** Energia extraída do fluido pela turbina por unidade de peso do fluido
h_B	**Altura da Bomba (líquidos) ou do Ventilador/Compressor (gases)** Energia fornecida ao fluido pela bomba/ventilador/compressor por unidade de peso do fluido

$$P_h = \dot{m}gh_{T/B} = \rho g Q h_{T/B}$$

$\eta_T = \dfrac{P_{veio}}{P_h}$	P_h - Potência de Turbinagem, **Potência Hidráulica** P_{veio} - Potência útil, Potência ao Veio
$\eta_B = \dfrac{P_h}{P_{veio}}$	P_h - Potência de Bombeamento, **Potência Hidráulica** P_{veio} - Potência de Acionamento, Potência ao Veio

• PERDAS DE CARGA (LEI DE DARCY-WEISBACH)

PERDAS DISTRIBUÍDAS OU REGULARES AO LONGO DE UM TUBO

em função da velocidade média

$$h_p = f\frac{L}{D}\frac{V^2}{2g}$$

em função da vazão

$$h_p = f\frac{8L}{\pi^2 g D^5}Q^2$$

PERDAS TOTAIS AO LONGO DE UM TUBO COM "ACIDENTES"

(PERDAS DISTRIBUIDAS MAIS PERDAS LOCALIZADAS OU SINGULARES)

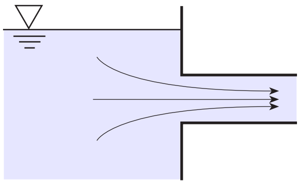
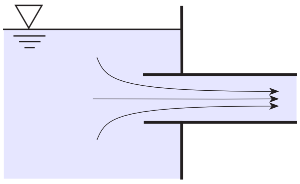
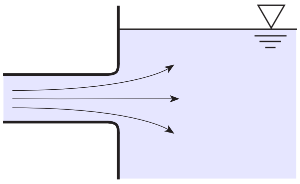
em função da velocidade média

$$h_p = \frac{V^2}{2g}\left(f\frac{L}{D}+\sum K\right)$$

em função da vazão

$$h_p = \frac{8Q^2}{\pi^2 g D^4}\left(f\frac{L}{D}+\sum K\right)$$

ALGUNS COEFICIENTES DE PERDA LOCALIZADA

Acessório	Designação	K
	Entrada em **tubo de aresta viva ou canto agudo (captação de reservatório)**	$\approx 0{,}5$
	Entrada em **tubo reentrante (captação de reservatório)**	$\approx 0{,}8$
	**Saída submersa** de qualquer tipo **(descarga submersa em reservatório)**	$= 1{,}0$

• FACTOR DE ATRITO DE DARCY

Regime Laminar $\mathrm{Re} \lesssim 2300$

$f = \dfrac{64}{Re}$	$h_p = \dfrac{32\mu LV}{\rho g D^2} = \dfrac{128\mu LQ}{\rho g \pi D^4}$

Regime Turbulento $\mathrm{Re} \gtrsim 2300$

Fórmula de Colebrook	Fórmula de Haaland
$\dfrac{1}{\sqrt{f}} = -2\,log_{10}\left(\dfrac{\varepsilon/_D}{3{,}7} + \dfrac{2{,}51}{Re\,\sqrt{f}}\right)$	$f \approx \left(-1{,}8\,log_{10}\left[\dfrac{6{,}9}{Re} + \left(\dfrac{\varepsilon/_D}{3{,}7}\right)^{1{,}11}\right]\right)^{-2}$

Diagrama de Moody

Representação gráfica da relação de Colebrook especialmente útil para a obtenção direta do factor de atrito a partir do conhecimento do número de Reynolds e da rugosidade relativa.

• ASSOCIAÇÃO DE TUBAGENS

TUBOS EM SÉRIE	TUBOS EM PARALELO
$Q = Q_1 = Q_2 = Q_3 = \cdots$	$Q_{total} = Q_1 + Q_2 + Q_3 + \cdots$
$h_{p,total} = h_{p1} + h_{p2} + h_{p3} + \cdots$	$h_p = h_{p1} = h_{p2} = h_{p3} = \cdots$

3 TIPOS DE PROBLEMAS PADRÃO

PROBLEMA DA PERDA DE CARGA (PROBLEMA DIRETO)

	TUBO	FLUIDO	ESCOAMENTO
DADOS CONHECIDOS	L, D, ε	ρ, ν, μ	V ou Q
DESCONHECIDOS			h_p

Conhecidos o diâmetro, o comprimento e a rugosidade do tubo, o fluido e a velocidade média ou, em alternativa, a vazão calcular a perda de carga:

$$\left.\begin{matrix} Re \\ \varepsilon/D \end{matrix}\right\} \xrightarrow{\begin{pmatrix} \mathit{Colebrook} \\ \mathit{Haaland} \\ \mathit{Moody} \end{pmatrix}} f \xrightarrow{(\mathit{Darcy-Weisbach})} h_p$$

PROBLEMA DA VAZÃO (OU DA VELOCIDADE)

	TUBO	FLUIDO	ESCOAMENTO
DADOS CONHECIDOS	L, D, ε	ρ, ν, μ	h_p
DESCONHECIDOS			V e Q

Conhecidos o diâmetro, o comprimento e a rugosidade do tubo, o fluido e a perda de carga, calcular a velocidade média ou a vazão:

1. Exprimir V em função de f a partir da aplicação da equação de Bernoulli generalizada e da equação de Darcy-Weisbach.

$$\left.\begin{matrix} \dfrac{p_1}{\gamma} + \dfrac{V_1^2}{2g} + z_1 = \dfrac{p_2}{\gamma} + \dfrac{V_2^2}{2g} + z_2 + h_p \\ h_p = \dfrac{V^2}{2g}\left(f\dfrac{L}{D} + \sum K\right) \end{matrix}\right\} \longrightarrow V = F(f) \qquad (1)$$

2. Exprimir o número de Reynolds em função de V.

$$Re = \frac{D}{\nu}V = \frac{\rho D}{\mu}V \qquad (2)$$

3. Atribuir um valor arbitrário inicial a f (tipicamente entre 0,02 e 0,03) e calcular V pela equação (1). Em seguida calcular Re pela equação (2) e ε/D. Com estes resultados, calcular um novo f pela fórmula de Colebrook, pela de Haaland ou pelo diagrama de Moody.

$$f \xrightarrow{(1)} V \xrightarrow{(2)} \left\{\begin{matrix} Re \\ \varepsilon/D \end{matrix}\right. \xrightarrow{\begin{pmatrix} \mathit{Colebrook} \\ \mathit{Haaland} \\ \mathit{Moody} \end{pmatrix}} f$$

Repetir o processo anterior até convergência. 2 a 3 iterações são, em geral, suficientes. Pode parar-se o processo quando se atingir o nível de precisão desejado (tipicamente 3 algarismos significativos). O processo iterativo pode ser vantajosamente organizado na forma de uma tabela.

f	V (1)	Re (2)
0,02 – 0,03	–	–
–	–	–
–	–	–

PROBLEMA DO DIÂMETRO (DIMENSIONAMENTO)

	TUBO	FLUIDO	ESCOAMENTO
DADOS CONHECIDOS	L, ε	ρ, ν, μ	h_p, Q (ou V)
DESCONHECIDOS	D		

Conhecidos o comprimento e a rugosidade do tubo, o fluido, a perda de carga e o caudal ou a velocidade média, mas não os dois ao mesmo tempo, calcular o diâmetro do tubo:

1. Exprimir D em função de f a partir da aplicação da equação de Bernoulli generalizada e da equação de Darcy-Weisbach.

$$\left.\begin{aligned} \frac{p_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 &= \frac{p_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + h_p \\ h_p &= \frac{8Q^2}{\pi^2 g D^4}\left(f\frac{L}{D} + \sum K\right) \end{aligned}\right\} \longrightarrow D = F(f)^{\dagger} \qquad (1)$$

2. Exprimir o número de Reynolds em função de D.

$$Re = \frac{4Q}{\pi \nu D} = \frac{4\rho Q}{\pi \mu D} \qquad (2)$$

3. Atribuir um valor arbitrário inicial a f (tipicamente entre 0,02 e 0,03) e calcular D pela equação (1). Em seguida calcular Re, pela equação (2), e ε/D. Com estes resultados, calcular um novo f pela fórmula de Colebrook, pela de Haaland ou pelo diagrama de Moody.

$$f \xrightarrow{(1)} D \xrightarrow{(2)} \begin{cases} Re \\ \varepsilon/D \end{cases} \xrightarrow{\begin{pmatrix} Colebrook \\ Haaland \\ Moody \end{pmatrix}} f$$

Repetir o processo anterior até convergência.

f	D (1)	Re (2)	ε/D
0,02 – 0,03	–	–	–
–	–	–	–
–	–	–	–

• ABORDAGEM GENÉRICA AOS PROBLEMAS

- Aplique a equação de Bernoulli generalizada entre duas secções ou dois pontos do escoamento. Leve em conta os dados disponíveis e faça uma escolha judiciosa dos pontos de forma a simplificar os cálculos:
  - Confirme se as pressões dadas são absolutas ou manométricas.
  - Pontos sobre a superfície livre estão à pressão atmosférica (pressão manométrica nula).
  - A velocidade na superfície de reservatórios pode ser considerada nula.
  - A velocidade média em tubos de secção constante é constante para fluidos incompressíveis.
  - Para escoamento único incompressível em tubo de secção variável a razão das velocidades médias é igual à razão inversa dos diâmetros ao quadrado (continuidade):
    $$\frac{V_2}{V_1} = \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^2$$

- Se houver manómetros de tubo, aplique a equação da hidrostática entre as tomadas do mesmo e tenha em atenção que:
  - A variação de pressão vai depender do desnível do líquido manométrico e do desnível geométrico das tomadas: $\Delta p = (\gamma_m - \gamma)h + \gamma \Delta z$
  - Se o fluido for um gás então: $\Delta p \approx \gamma_m h$, dado que $\gamma \ll \gamma_m$
  - A velocidade à entrada de um tubo de Pitot é nula (ponto de estagnação)

- Quando estiver "encravado" lembre-se das coisas simples: equação da continuidade, geometria, trigonometria, álgebra e física elementar resolvem grande parte das situações.

- Tenha sempre em atenção as unidades verificando automaticamente a cada passo a dimensionalidade das expressões que utiliza. Nunca deixe ficar um resultado sem unidades. Aprecie os resultados quanto a sua razoabilidade fazendo apelo da sua intuição física.

† A relação entre D e f que daqui resulta é, por vezes, uma relação implícita que requer resolução numérica. As funções nSolve() ou Solve() das máquinas calculadoras atuais resolve a maior parte destas equações.