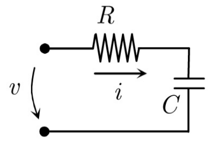
atividade: Proposta de resolução
instituição: Universidade Lusíada (Famalicão)
disciplinas: Controlo de Sistemas e Processos
tipologia: 1º Teste Intercalar (A)
data: 26 . 10 . 2009
autor: Paulo Ribeiro

1. Faça a modelação do sistema apresentado.

ENTRADA - $v_i(t)$
SAÍDA - $i(t)$

$R = 2\ \text{k}\Omega = 2 \times 10^3\ \Omega$
$C = 5\ \mu\text{F} = 5 \times 10^{-6}\ \text{F}$

Aplicando a Lei das Malhas (Kirchhoff):



$$v_i(t) = v_R(t) + v_C(t)$$

sendo,

$$v_R(t) = R\ i(t)$$

$$v_C(t) = \frac{1}{C}\int i(t)dt$$

donde:

$$\boxed{v_i(t) = R\ i(t) + \frac{1}{C}\int i(t)dt}$$

2. Determine a função de transferência do sistema apresentado.

$$v_i(t) = R\ i(t) + \frac{1}{C}\int i(t)dt \xrightarrow{\mathcal{L}} V_i(s) = R\ I(s) + \frac{1}{Cs} I(s) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow V_i(s) = \left(R + \frac{1}{Cs}\right) I(s) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{I(s)}{V_i(s)} = \frac{1}{R + \frac{1}{Cs}} = \frac{Cs}{RCs + 1} = \frac{\frac{1}{R}s}{s + \frac{1}{RC}} = \frac{\frac{1}{2 \times 10^3}s}{s + \frac{1}{2 \times 10^3 \times 5 \times 10^{-6}}}$$

portanto,

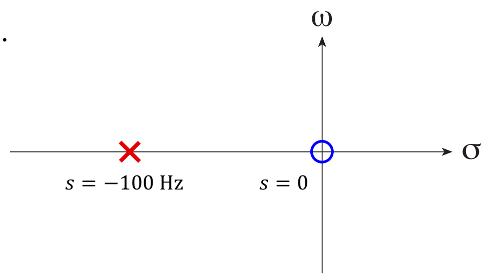
$$\boxed{\frac{I(s)}{V_i(s)} = \frac{5 \times 10^{-4} s}{s + 100}}$$

3. Determine os polos e os zeros do sistema apresentado. Represente os resultados no plano complexo (plano S).

ZEROS: $5 \times 10^{-4} s = 0 \Leftrightarrow s = 0$

POLOS: $s + 100 = 0 \Leftrightarrow s = -100\ \text{s}^{-1}$

O sistema é estável dado que o polo é um número real negativo.



4. Faça o esboço da resposta do sistema apresentado quando aplicada à entrada uma tensão de 3 volts.

$$v_i(t) = 3\text{ V} \xrightarrow{\mathcal{L}} V_i(s) = \frac{3}{s}$$

$$\frac{I(s)}{V_i(s)} = \frac{5\times10^{-4}s}{s+100} \Leftrightarrow$$

$$I(s) = \frac{5\times10^{-4}s}{s+100}V_i(s) = \frac{5\times10^{-4}s}{s+100}\times\frac{3}{s} = \frac{1{,}5\times10^{-3}s}{s(s+100)} = \frac{1{,}5\times10^{-3}}{100}\frac{100s}{s(s+100)} = 15\times10^{-6}\frac{100s}{s(s+100)}$$

isto é:

$$I(s) = 15\times10^{-6}\frac{100s}{s(s+100)} \xrightarrow{\mathcal{L}^{-1}} i(t) = 15\times10^{-6}\,(1-e^{-100t})\text{ A}$$

ou,

$$i(t) = 15\,(1-e^{-100t})\;\mu\text{A}$$

$\therefore$

$$i'(t) = 15\times100e^{-100t} = 1500e^{-100t}\;\frac{\mu\text{A}}{\text{s}} \Longrightarrow$$

$$i'(0) = 1500\;\frac{\mu\text{A}}{\text{s}} = 1{,}5\;\frac{\mu\text{A}}{\text{ms}}\text{ (inclinação da tangente no instante inicial da resposta)}$$

$$T = \frac{1}{100} = 0{,}01\text{ s} = 10\text{ ms (constante de tempo)}$$

$$i'(0) = \tan\theta = 1{,}5 \Longrightarrow \theta \approx 56{,}31°$$