Transformada de Laplace

Operação linear que transforma uma função no domínio do tempo numa função de variável complexa.

$$\boxed{F(s) = \mathcal{L}\{f(t)\} \equiv \int_{0^-}^{\infty} f(t)e^{-st}dt}$$

$f(t)$ – função no domínio do tempo (variável real positiva ou nula, $t \in \mathbb{R}_0^+$)
$F(s)$ – função no domínio complexo ($s \in \mathbb{C}$), Transformada de Laplace da função $f(t)$.

$$\therefore\ f(t) \xrightarrow{\mathcal{L}} F(s)$$

Transformada Inversa de Laplace

Operação linear que devolve a função no domínio do tempo a partir da Transformada de Laplace.

$$\mathcal{L}^{-1}\{F(s)\} = f(t)$$

$$\therefore\ F(s) \xrightarrow{\mathcal{L}^{-1}} f(t)$$

Algumas propriedades da Transformada de Laplace

$\mathcal{L}\{f(t) + g(t)\} = F(s) + G(s)$	Linearidade
$\mathcal{L}\{kf(t)\} = kF(s)$	Linearidade
$\mathcal{L}\{e^{-at}f(t)\} = F(s+a)$	Translação da frequência
$\mathcal{L}\{f(t-a)\cdot u(t-a)\} = e^{-as}F(s)$	Translação do tempo
$\mathcal{L}\{f(at)\} = \frac{1}{a}F\left(\frac{s}{a}\right)$	Dilatação do tempo
$\mathcal{L}\left\{\frac{df}{dt}\right\} = sF(s) - f(0^-)$	Primeira derivada
$\mathcal{L}\left\{\frac{d^2f}{dt^2}\right\} = s^2F(s) - sf(0^-) - \dot{f}(0^-)$	Segunda derivada
$\mathcal{L}\left\{\frac{d^nf}{dt^n}\right\} = s^nF(s) - \sum_{i=1}^{n} s^{n-i}f^{(i-1)}(0)$	Derivada de ordem n
$\mathcal{L}\left\{\int_{0^-}^{t} f(\tau)d\tau\right\} = \frac{F(s)}{s}$	Integração
$\mathcal{L}\{t^nf(t)\} = (-1)^n\frac{d^nF(s)}{ds^n}$	Derivada complexa
$f(\infty) = \lim_{s\to 0} sF(s)$	**Teorema do valor final (TVF)**
$f(0^+) = \lim_{s\to\infty} sF(s)$	**Teorema do valor inicial (TVI)**